

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МУРМАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра ТПП

**Основы оптимизации технологических процессов в общественном
питании**

Методические указания к выполнению практических работ и контрольной
работы для обучающихся по направлению 19.03.04 «Технология
производства и организация общественного питания»

Мурманск, 2020

Составители

Василий Игоревич Волченко, канд. техн. наук, профессор
кафедры технологий пищевых производств Мурманского
государственного технического университета;

Методические указания рассмотрены на заседании кафедры ТПП

Содержание

Оглавление

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. Оценка значимости параметров оптимизации	4
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2. Нормирование факторов и параметров оптимизации	6
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3. Однофакторный дисперсионный анализ	7
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4. Планирование двухфакторного эксперимента и обработка данных	10
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5. Поиск значимых факторов с помощью плана Плакетта- Бермана	11
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6. Использование ПО (CAS) с целью оптимизации.....	12
ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7. Использование искусственных нейронных сетей для решения задач ОПТИМИЗАЦИИ	16
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА. Оптимизация методом «крутое восхождение».....	17

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1. ОЦЕНКА ЗНАЧИМОСТИ ПАРАМЕТРОВ ОПТИМИЗАЦИИ

Цель работы: определить коэффициенты значимости параметров оптимизации

Задачи:

1. Выбрать параметры оптимизации по заданию
2. Составить таблицу для проведения экспертной оценки
3. Провести опрос экспертов
4. Провести обработку результатов опроса методом ранжирования
5. Рассчитать коэффициент конкордации
6. Выбирают коэффициенты значимости на основе суммы рангов.

Краткие теоретические сведения

В случае многопараметрической оптимизации одной из наиболее важных задач является получение расчётной формулы для обобщённого параметра оптимизации. Помимо задачи нормирования параметров оптимизации, очень важно получить коэффициенты значимости (весомости) для каждого параметра. Их невозможно получить только объективными методами, поскольку они носят в большей степени оценочный характер. Наиболее точным методом получения коэффициентов значимости является экспертный метод. Эксперты – это специалисты с большим опытом работы в данной области. В учебных целях в качестве экспертов могут быть приняты преподаватели выпускающих кафедр института, научные сотрудники этих кафедр; в порядке исключения в рамках данной работы – лица, получившие высшее образование по рассматриваемому направлению (специальности).

Одним из наиболее объективных методов экспертных оценок является метод ранжирования (ранговый метод). В данном методе эксперт должен расположить все параметры в порядке убывания их значимости в общей оценке качества. Порядковый номер в этом ряду называется рангом.

Мнения экспертов могут быть согласованными или не согласованными друг с другом. Критерием согласованности служит коэффициент конкордации W

$$W = \frac{12S}{m^2(n^3 - n)}$$

где m – число экспертов;

n – число параметров оптимизации;

S – сумма квадратов отклонений сумм рангов от среднего:

$$S = \sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2$$

где s_i – сумма рангов всех экспертов по i -му параметру

\bar{s} – среднее арифметическое значение s_i

Значение W находится в пределах от 0 (в мнениях разных экспертов нет ничего общего) до 1 (мнения экспертов абсолютно согласованы). Тем не менее, единственное значение W , как правило, не позволяет утверждать о согласованности или несогласованности с заданной доверительной вероятностью и для точной оценки пользуются критериями Пирсона или Фишера.

Критерий Фишера рассчитывают при $n \leq 7$ по формуле:

$$F_p = \frac{1}{2} \ln \frac{(m-1)W}{1-W}$$

Его сравнивают с табличным при числе степеней свободы числителя $f_1 = n - 1 - \frac{2}{m}$ и знаменателя $f_2 = \frac{m-1}{f_1}$. При подстановке в таблицу степени свободы округляют до ближайшего целого. Если критерий Фишера оказывается больше табличного, то можно судить о согласованности мнений экспертов.

При $n > 7$ используют критерий Пирсона χ^2

$$\chi_p^2 = \frac{12S}{nm(n+1)}$$

Его сравнивают с табличным для числа степеней свободы $n-1$. Если он больше табличного, мнения экспертов согласованны.

При достаточно согласованном мнении экспертов можно задать коэффициенты значимости, исходя из суммы рангов. Это – тоже достаточно субъективный процесс. Более объективной будет статистическая обработка уже готовых оценок экспертов, но в этом случае ранжирование придётся проводить самостоятельно.

Ход работы

Выявленные в прошлой работе параметры оптимизации (управляемые параметры) дают на оценку значимости группе экспертов. Оценку проводят в форме таблицы. Для более точной оценки экспертам предлагают оценить значимость параметра по шкале от 0 до 10, причём 0 ставится в исключительных случаях при полном отсутствии влияния параметра на общую оценку.

Таблица 1 – Лист для экспертной оценки значимости параметров

Параметр	Оценка экспертов №					Средняя оценка
	1	2	3	4	5...	
1. ¹	8	9	7	8	6	7,6
2.	9	8	6	9	5
3.	6	4	6	5	6
....

Далее проводят ранжирование на основе таблицы 1, заполняя таблицу 2

Таблица 2 – Ранговая оценка экспертов

Параметр	Ранг по оценке экспертов №					Сумма рангов s_i
	1	2	3	4	5...	
1.	2	1	1	2	1,5	1,4
2.	1	2	2,5	1	2	1,6
3.	3	3	2,5	3	1,5	2,4

Заполнение таблицы 2 осуществляют последовательно по столбцам, выбирая в каждом максимальную оценку и выставляя ей первый ранг, следующей оценке ставят второй и т.п. При наличии одинаковых оценок у одного эксперта для двух разных факторов выставляют «дробный ранг» (иногда выставляют числовое значение ранга, но оно не точно отражает результат в дальнейшей обработке) для обоих факторов. Для трёх и более одинаковых оценок также ставят усреднённый ранг. Например, если по четырём факторам был получен наивысший балл, всем им присваивают ранг $(1+2+3+4)/4=2,5$.

После этого рассчитывают сумму рангов по каждому показателю для всех экспертов s_i . Далее рассчитывают среднее значение между всеми s_i , а потом – сумму квадратов отклонений рангов S . После этого проводят расчёт коэффициента конкордации W и оценивают его значимость по критерию Фишера или Пирсона. В случае недостаточной согласованности экспертную оценку повторяют.

Коэффициенты значимости рассчитывают по средней оценке значимости, полученной в таблице 1. При необходимости её нормируют – делят на максимально возможную (10) и на число параметров m . В этом случае сумма всех коэффициентов значимости будет равна 1. В случае степенного подхода нормирование осуществляют иначе: среднее значение делят на 5. В этом случае коэффициент значимости будет меняться от 0 (для абсолютно незначимых параметров, в итоге они не будут влиять на результат) до 2 (для очень значимых параметров, они будут влиять на общую оценку квадратично). Если интервал коэффициентов значимости надо расширить, результаты возводят в степень, большую 1, если сузить – то в степень от 0 до 1 (не включая границы).

¹ Числовые результаты для приведены условно

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 2. НОРМИРОВАНИЕ ФАКТОРОВ И ПАРАМЕТРОВ ОПТИМИЗАЦИИ

Цель работы: Научиться нормировать факторы и параметры оптимизации, приводя их в требуемый диапазон.

Задачи:

7. Получить задание, включающее наименование технологического процесса, перечень факторов и параметров оптимизации, «естественные» границы для них.
8. Выбрать основной диапазон варьирования для каждого фактора.
9. Рассчитать соответствие основных и дополнительных уровней варьирования факторов исходным данным.
10. Провести нормирование параметров оптимизации к единообразному диапазону.

Краткие теоретические сведения

Нормирование – это приведение диапазона изменения показателя (фактора) к определённому виду. В простейшем случае, когда диапазон находится в пределах $Y_1 \in [a, b]$, а его надо перевести к виду $Y_2 \in [c, d]$, легко воспользоваться формулой:

$$Y_2 = \frac{Y_1 - a}{b - a} \cdot (d - c) + c$$

Иногда бывает необходимо ограничить значение параметра оптимизации снизу. Допустим, $Y_1 \in (-\infty, \infty)$, а его надо ограничить снизу нулём $Y_2 \in (0, \infty)$. Тогда $Y_2 = \exp(Y_1)$. И, наоборот, если $Y_1 \in (0, \infty)$, а его надо привести к диапазону $Y_2 \in (-\infty, \infty)$, то $Y_2 = \ln(Y_1)$

Наконец, в общем случае, если $Y_1 \in (-\infty, \infty)$, а его надо перевести к диапазону $[a, b]$, используют сигмоидальную функцию, например,

$$Y_2 = \frac{b - a}{1 + \exp(-Y_1)} + a$$

И обратное действие, т.е. перевод величины, находящейся в пределах $[a, b]$ к диапазону $(-\infty, \infty)$

$$Y_2 = \ln \frac{Y_1 - a}{b - Y_1}$$

Тем не менее, следует помнить, что интервал варьирования для параметров оптимизации не всегда удаётся определить абсолютно точно: очень часто после проведения очередного эксперимента из серии значение параметра выпадало из оцененных ранее границ. С другой стороны, существуют безусловные, естественные границы, выход за которые означает лишь ошибку опыта. Например, для доли чего-либо возможен лишь диапазон от 0 до 100 %.

При нормировании факторов для использования в центральном композиционном рототабельном плане (ЦКРП) нужно помнить, что помимо основных уровней варьирования $(-1; 0; +1)$ имеются и «звёздные точки» - $\pm\sqrt{n}$ (n – число факторов). Исходя из этого, необходимо правильно выбирать диапазон варьирования.

Ход работы.

Обучающиеся получают задание, включающее наименование оптимизируемого процесса, предлагаемые факторы и параметры оптимизации (с направлением оптимизации) и их естественные границы. Задача магистрантов – провести нормализацию факторов и параметров оптимизации, т.е. написать формулу, переводящую любое значение каждого фактора (параметра) в нормализованное значение, а также рассчитать пограничные значения. Для факторов следует предположить, что они будут использованы в ЦКРП, т.е. рассчитать значения исходных факторов, соответствующие нормализованным $-1; 0; +1; \pm\sqrt{n}$.

Задания для работы².

1. Процесс обезвоживания. Факторы: температура от 25 до 95 °С, время от 0 до 120 минут. Параметры оптимизации: степень обезвоживания эмульсии от 0 до 100 % (максимизировать), энергзатраты от 0 до 40000 кДж (минимизировать).
2. Созревание слабосоленой сельди. Факторы: солёность от 2 до 10 %, продолжительность созревания от 0 до 30 суток, степень удаления внутренностей, от 0 до 100 %. Параметры оптимизации: уровень качества от 0 до 100 % (максимизировать), буферность, от 20 до 300 градусов (оптимум – 150 градусов).
3. Сухой посол рыбы. Факторы: температура от минус 4 до 25 °С, дозировка соли от 4 до 20 % к массе солёной рыбы, жирность рыбы от 1 до 20 %. Параметры оптимизации: выход солёной рыбы от 60 до 170 % (максимизировать), уровень качества от 0 до 100 % (максимизировать).
4. Морозильное хранение жирных продуктов (в течение 2 месяцев). Факторы: температура от минус 33 до минус 6 °С, масса нетто упаковки от 0,3 до 20 кг. Параметры оптимизации: кислотное число липидов от 0 до 60 мг КОН/г (минимизировать), альдегидное число липидов от 0 до 100 мг % (минимизировать), Ig КМАФАнМ от 0 до 8 (минимизировать)

² Все задания носят учебный характер. Просьба не использовать приведённые ориентировочно оптимальные значения в научно-исследовательских целях

5. Подбор рецептуры паштетных консервов. Факторы: доля яичного порошка от 5 до 20 %, дозировка соуса на банку № 3 от 30 до 110 г. Параметры оптимизации: доля отслаивающегося жира от 0 до 25 % (минимизировать), уровень качества от 0 до 100 % (максимизировать), массовая доля жира от 20 до 70 % (максимизировать).
6. Подбор рецептуры мясорыбных колбас с печенью трески. Факторы: соотношение печени к мясу от 0 до 1,5; дозировка крахмала от 0 до 20 % к массе мясорыбного сырья; дозировка яичного порошка от 0 до 10 % к массе мясорыбного сырья. Параметры оптимизации: уровень качества от 0 до 100 % (максимизировать), усилие резания от 0 до 2000 гс (оптимум 150 гс).
7. Подбор рецептуры хлеба с добавками отрубей и ламинарии. Факторы: дозировка сушёной ламинарии (% от массы муки) от 0 до 6; дозировка отрубей (% от массы муки) от 0 до 50. Параметры оптимизации: уровень качества от 0 до 100 %, пористость от 0 до 95 % (оптимум 85 %), кислотность от 0 до 2,5 % (оптимум 1,5 %).
8. Подбор рецептуры котлет. Факторы: дозировка хлеба в котлетной массе от 0 до 60 %; дозировка панировки от 0 до 15 % к массе изделия; количество добавляемой воды в рецептуру от 0 до 30 %. Параметры оптимизации: уровень качества от 0 до 100 % (максимизировать), усилие резания (от 0 до 2000 гс, оптимум 200 гс).
9. Вяление рыбы. Факторы: средняя температура воздуха (от 10 до 30 °С), средняя влажность воздуха (от 30 до 80 %), продолжительность периодов «отдыха» (каждые 8 ч) – от 0 до 3 ч. Параметры оптимизации: продолжительность от 1 до 10 суток (минимизировать), уровень качества от 0 до 100 %; влажность от 0 до 50 %, выше – ограничение (оптимум 45 %).
10. Варка мяса. Факторы: температура бульона от 80 до 103 °С; продолжительность от 10 до 70 минут; толщина кусков от 5 до 100 мм. Параметры оптимизации: температура в центре от 75 до 100 °С (максимизировать), уровень качества от 0 до 100 % (максимизировать), выход от 60 до 110 % (максимизировать)

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3. ОДНОФАКТОРНЫЙ ДИСПЕРСИОННЫЙ АНАЛИЗ

Цель работы: Научиться выявлять влияние отдельного фактора на параметр оптимизации.

Задачи:

1. Получить задание, включающее серию выборок с разными значениями фактора на параметры технологического процесса.
2. Рассчитать общую, внутригрупповую и межгрупповую сумму квадратов и соответствующие им дисперсии.
3. Провести проверку гипотезы об отсутствии влияния фактора с помощью критерия Фишера.
4. Сделать вывод о влиянии фактора (или об отсутствии такового).

Краткие теоретические сведения.

Задачей однофакторного дисперсионного анализа является выявление влияния фактора на параметр y . Достоинством метода является то, что фактор не обязательно должен иметь числовые уровни варьирования — уровни могут быть словесными, относительными или носить номинальный характер. Метод основан на том, что общая сумма квадратов отклонений представляет собой сумму межгрупповой и внутригрупповой суммы квадратов:

«Нулевая» гипотеза заключается в том, что математические ожидания всех групп не отличаются друг от друга, т. е. фактор не влияет на значения x , а весь разброс данных объясняется случайной ошибкой (или неучтёнными факторами). Проверка проводится по критерию Фишера.

Ход работы.

Работу целесообразно проводить с использованием электронных таблиц.

Сначала рассчитывают средние арифметические для каждой выборки (для каждого уровня варьирования факторов) (M_j) и общее среднеарифметическое значение (M) для всех y . Затем определяют внутригрупповую сумму квадратов отклонений и соответствующую дисперсию:

$$SS_{WG} = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} (y_{j,i} - M_j)^2$$

$$D_{WG} = \frac{SS_{WG}}{N - m}$$

где n_j — число значений x в группе j ; m — число групп; N — общее количество опытов во всех группах.

Затем определяют межгрупповую сумму квадратов отклонений

$$SS_{BG} = \sum_{j=1}^m (M_j - M)^2$$

$$D_{BG} = \frac{SS_{BG}}{m - 1}$$

Затем проверяют «нулевую» гипотезу, находя расчётное значение критерия Фишера:

$$F = \frac{D_{BG}}{D_{WG}}$$

Его сравнивают с табличным для заданной доверительной вероятности (как правило, $p=0,95$, $\alpha=0,05$) с числом степеней свободы числителя $N-m$ и знаменателя $m-1$. В случае, если расчётное значение больше табличного, то делается вывод с выбранной доверительной вероятностью о значимости фактора. В противном случае однозначный вывод сделать сложно, поэтому проводят проверку с другими значениями доверительной вероятности. Альтернативный вариант — с помощью компьютерных программ MS Excel или LibreOffice (OpenOffice) Calc определяют распределение Фишера для полученного F и тех же степеней свободы, получая при этом вероятность незначимости. Если это значение находится в пределах от 0,2 до 0,8, то о значимости фактора по имеющимся данным сделать вывод затруднительно; необходимы дополнительные данные.

В MS Excel используются следующие функции для определения параметров распределения Фишера:

FPACП(x;ст.св. числ, ст.св.знам.) – возвращает вероятность нуль-гипотезы;

FPACП(вероятность н.г.;ст.св. числ, ст.св.знам.) – возвращает табличное значение критерия Фишера

Задание для работы

Вариант	Параметр оптимизации	Фактор	Значения параметра оптимизации для уровней фактора: (уровни выделены жирным)			
			Цилиндр	Усечённый конус (сужение вниз)	Усечённый конус (сужение вверх)	Полусфера
1	Степень обезвоживания, %	Форма ёмкости	Цилиндр	Усечённый конус (сужение вниз)	Усечённый конус (сужение вверх)	Полусфера
			89	86	86	88
			90	87	85	89
			88	86	86	87
			87	88	87	88
2	Буферность солёной сельди, град.	Вид разделки	Неразделанная	Обезглавленная	Б/г потрошёная	Филе-кусочки
			140	140	110	80
			145	135	100	85
			135	125	125	95
			140	130	110	100
3	Выход солёной рыбы, %	Способ посола	Сухой обычный	Смешанный	Тузлучный	Сухой стоповый
			95	102	103	87
			97	100	102	91
			98	103	104	88
			96	101	103	89
4	Альдегидное число жира (при морозильном хранении)	Вид упаковки	Отсутствует	Полиэтиленовая плёнка (без вакуума)	Полиэтиленовая плёнка (вакуум)	Картон
			10,1	8,2	3,3	8,3
			9,8	7,1	2,9	7,8
			11,3	6,9	3,6	8,5
			8,9	7,8	3,8	7,6
5	Доля отслаивающегося жира (в паштетных консервах), %	Содержание яичного порошка в рецептуре, %	0	0,5	1	3
			4	3	1	0
			3	2	2	1
			5	3	0	0
			4	4	1	2
6	Усилие	Дозировка	6	2	2	1
			0	1	3	4

Вариант	Параметр оптимизации	Фактор	Значения параметра оптимизации для уровней фактора: (уровни выделены жирным)			
	резания, гс	крахмала в рецептуре, г/100 г мясного сырья	200	210	230	210
			220	230	220	230
			180	240	210	220
			240	210	230	210
			190	200	240	230
7	Пористость пирожков с мясной начинкой, %	Температура во второй период выпечки, °С	180	200	210	220
			75	76	77	76
			77	78	79	77
			75	77	78	76
			78	78	76	77
			77	76	77	78
8	Усилие резания, гс	Вид панировки котлет	Отсутствует	Мука	Сухари	Мука+сахари
			430	320	280	270
			460	340	260	280
			430	330	290	290
			450	310	300	270
			440	320	290	290
9	Конечная влажность вяленой рыбы	Характеристика периодов «отдыха»	Отсутствуют	0,5 часа каждые 4 часа	1 час каждые 4 часа	2 часа каждые 4 часа
			48	46	44	48
			49	48	45	49
			52	46	46	51
			48	48	47	49
			49	47	45	50
10	Температура в центре мяса (при варке)	Добавление специй	Нет	Перец чёрный	Перец душистый	Лавровый лист
			78	79	80	79
			79	78	79	77
			76	77	78	78
			80	79	76	79
			79	78	77	78

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4. ПЛАНИРОВАНИЕ ДВУХФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Цель работы: научиться составлять центральный композиционный рототабельный план, проводить эксперимент и обрабатывать данные методом линейной регрессии.

Задачи:

1. Получить задание в виде наименования технологического процесса, факторов и параметра оптимизации, а также имитационную модель (программу) для получения экспериментальных данных.
2. Выбрать уровни варьирования факторов и составить центральный композиционный рототабельный план.
3. Провести рандомизацию составленного плана
4. Провести модельный эксперимент (последовательно ввести данные в программу)
5. С использованием средств Excel (LOCalc) провести регрессионный анализ по линейной и сведённой к линейной квадратичной моделям.
6. Сделать вывод о результатах

Краткие теоретические сведения

Методика планирования эксперимента позволяет получить максимальную информацию при минимуме опытов. Полный факторный эксперимент 2^n является достаточным для изучения общих тенденций, но недостаточным для подробного исследования функции отклика. Для его расширения следует использовать композиционные планы, в т.ч. центральный композиционный рототабельный план (табл. 1)

Таблица 1 – Центральный композиционный рототабельный план для ПФЭ 2^2 .

X_1	X_2	Y
+1	+1	
+1	-1	
-1	+1	
-1	-1	
$-\sqrt{2}$	0	
$\sqrt{2}$	0	
0	$-\sqrt{2}$	
0	$\sqrt{2}$	
0	0	

Опыты в центре плана могут повторяться. Как правило, окончательный план эксперимента записывают в ненормированных значениях факторов.

Перед проведением эксперимента план, как правило, подвергают рандомизации – т.е. меняют местами строки в случайном порядке.

После проведения эксперимента используют статистические методы обработки данных, прежде всего, регрессионный анализ.

Регрессионный анализ (только линейную регрессию) можно проводить в Excel. Для этого можно либо воспользоваться пакетом «Анализ данных» (на вкладке «Данные»), либо функцией ЛИНЕЙН. Так как функция возвращает массив результатов, то её надо вводить соответствующим образом: запись можно начинать, только выделив пустой диапазон. Ширина диапазона должна быть равна числу всех факторов $(m)+1$, а высота – ровно 5 клеток. Первым параметром функции служит массив факторов (собственно план эксперимента), вторым – столбец со значениями параметра оптимизации. Для получения дополнительных данных (в т.ч. значения критерия Фишера) третий и четвёртый параметры должны иметь значение ИСТИНА (третий можно установить в ЛОЖЬ, если есть основания полагать, что свободный член a_0 отсутствует, т.е. при нулевых значениях факторов параметр оптимизации точно должен равняться нулю). По окончании ввода надо нажимать не Enter, а Ctrl+Shift+Enter. Для линейной модели регрессии вида

$$y = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_0$$

Будет получена следующая таблица данных (никаких подписей и комментариев Excel не предоставляется):

a_1	a_2	...	a_0
s_{a_1}	s_{a_2}	...	s_{a_0}
R^2	s_y	–	–
F	f	–	–
$SS_{\text{рег}}$	$SS_{\text{ост}}$	–	–

где s_{a_i} – среднее квадратическое отклонение коэффициента регрессии, R^2 – коэффициент детерминации, s_y – среднее квадратическое отклонение параметра оптимизации, F – критерий Фишера, f – число степеней свободы знаменателя; $SS_{\text{рег}}$ – регрессионная сумма квадратов, $SS_{\text{ост}}$ – остаточная сумма квадратов.

Однако линейная регрессия не подходит для последующего поиска оптимума, поэтому необходимо свести к линейной, как минимум, квадратичную регрессию. Для этого к двум факторам добавляют следующие столбцы: x_1x_2 ; x_1^2 ; x_2^2 .

Тем не менее, нужно помнить и недостатки регрессионного анализа в среде Excel. Во-первых, не все сложные модели легко сводятся к линейным. Во-вторых, Excel не позволяет построить трёхмерный график соответствия. В-третьих, для проверки значимости коэффициентов регрессии требуются дополнительные расчёты.

Ход работы.

Обучающиеся получают задание, включающее наименование оптимизируемого процесса, предлагаемые факторы и параметр оптимизации (с направлением оптимизации) и их естественные границы. Задание представлено в виде специальной программы (exe-файла под Windows или бинарного файла в формате ELF под Linux). Этот же файл является имитационной моделью, т.е. способен генерировать значения параметра оптимизации для заданных факторов. Модель носит учебный характер и не отражает точно реальный процесс, для исследовательских целей её использовать нельзя.

Первая задача студентов – провести нормализацию факторов (см. ПР № 3), т.е. написать формулу, переводящую любое значение каждого фактора (параметра) в нормализованное значение, а также рассчитать пограничные значения. Для факторов следует предположить, что они будут использованы в ЦКРП, т.е. рассчитать значения исходных факторов, соответствующие нормализованным $-1; 0; +1; \pm\sqrt{2}$.

Далее обучающиеся заполняют указанные уровни в таблицу (табл.1) в MS Excel или LOCalc, после чего проводят рандомизацию. Рандомизованный план эксперимента реализуют на имитационной модели (в программе) построчно, перенося результат в таблицу.

Регрессионный анализ проводят с помощью Excel; результаты оформляют в виде уравнения регрессии, критерия Фишера. По критерию Фишера оценивают адекватность квадратичной модели.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 5. ПОИСК ЗНАЧИМЫХ ФАКТОРОВ С ПОМОЩЬЮ ПЛАНА ПЛАКЕТТА-БЕРМАНА

Цель работы: Изучить всю цепочку поиска оптимума модельного эксперимента.

Задачи:

11. Найти незначимые факторы с помощью плана Плакетта-Бермана и программы VV FreeStat (<http://vfvstat.sf.net>).
12. Провести и обработать эксперимент в соответствии с ЦКП.
13. Провести поиск оптимума функции с использованием программы Maxima.

Краткие теоретические сведения.

Одним из способов поиска наиболее значимо влияющих факторов является использование планов Плакета-Бермана. Вариант этого плана для 7 опытов приведёт в таблице 1.

Таблица 1 – План Плакетта-Бермана для 7 факторов в 8 опытах [37].

Факторы							Отклик Y
X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	
+	+	+	-	+	-	-	
+	+	-	+	-	-	+	
+	-	+	-	-	+	+	
-	+	-	-	+	+	+	
+	-	-	+	+	+	-	
-	-	+	+	+	-	+	
-	+	+	+	-	+	-	
-	-	-	-	-	-	-	

При наличии меньшего количества факторов избыточные можно считать фиктивными, что позволяет оценить значимость оставшихся.

Статистическая обработка может проводиться не только (и не столько) в универсальной программе (например, Excel, LO Calc), но и в специализированных программах, например, DataFit или VV Free Stat. Последняя имеет ряд недостатков, но является СПО и не требует установки.

Интерфейс программы FreeStat представляет собой таблицу. Размерность таблицы определяется через меню Файл – Создать. Данные можно вводить вручную или вставить из электронной таблицы (Ctrl+V), причём должна быть выбрана вся ячейка (мигающий курсор не должен в ней находиться, а ячейка должна быть выделена рамкой). Шаблоны уравнений регрессии хранятся отдельно, как правило, они уже присутствуют вместе с программой. При необходимости их можно редактировать и классифицировать через меню Статистика-Шаблоны.

Когда все ячейки будут заполнены (лишние строчки можно убрать через Файл-Обрезать таблицу), необходимо сохранить данные (Файл – Сохранить как), после чего приступить к обработке (Статистика – Обработать).

Можно обрабатывать единственный шаблон, можно – сразу серию (выделив их по очереди, удерживая Ctrl), а можно сразу все. При этом желательно сначала выделить набор шаблонов (на последнем этапе – «оптимизируемые»).

Обработка со стандартными настройками идёт довольно долго, к тому же, при выборе нескольких шаблонов выводятся лишь основные результаты и выбирается лучший шаблон, который надо обработать повторно.

После окончательного выбора в правом поле будет отображена информация о полученном уравнении регрессии, в т.ч. критерий Фишера и вероятности незначимости коэффициентов регрессии.

При наличии только одного или двух факторов можно построить график зависимости, а также сохранить его в файл.

Ход работы.

Последовательность действий:

1. Получите задание в виде файла – имитационной модели. В данной работе задание будет абстрактно.
2. Составьте план Плакетта-Бермана по заданию, проведите рандомизацию и рассчитайте значения отклика для каждой строчки с помощью имитационной модели.
3. Введите план и результаты в таблицу программы FreeStat, сохраните данные, вставьте их в отчёт и запустите обработку шаблонов. Шаблоны, в основном, будут линейными. Результаты из правого окна поместите в отчёт.
4. Выявите наиболее значимо влияющие факторы (два). В сомнительных случаях сначала отбросьте самые незначимые, удалите соответствующие им столбцы и повторите обработку.
5. Для указанных факторов составьте центральный композиционный рототабельный план, проведите рандомизацию и получите результаты. В программе-имитационной модели на место остальных факторов вводите любые значения.
6. Внесите план и результаты в отчёт и в программу FreeStat. Обработайте данные, выбрав оптимизационные шаблоны. Проработайте наилучший из них. Результаты из правого поля вывода перенесите в отчёт.
7. В том же окне постройте график полученного уравнения регрессии. Сохраните его в файл и вставьте в отчёт.
8. Проведите оптимизацию полученного уравнения регрессии, найдите оптимум и вставьте его в отчёт. Вставьте в отчёт и последовательность действий для оптимизации.

Содержание отчёта (обязательные пункты)

1. Название работы
2. План Плакетта-Бермана и значения откликов.
3. Результаты обработки плана; выбранные наиболее значимые факторы.
4. Центральный композиционный рототабельный план и значения откликов.
5. Результаты обработки: уравнение регрессии с коэффициентами, критерий Фишера; вывод об адекватности модели.
6. График уравнения регрессии.
7. Расчёт экстремума функции
8. Ответ (точка экстремума) и вывод.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 6 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПО (CAS) С ЦЕЛЬЮ ОПТИМИЗАЦИИ ЧАСТЬ 1. ИЗУЧЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СРЕДЫ

Цель работы: Научиться выполнять основные действия в среде Maxima.

Задачи:

14. Изучить синтаксис основных команд в среде Maxima
15. Научиться определять выражения и функции в среде Maxima
16. Научиться проводить дифференцирование
17. Научиться решать уравнения и системы уравнений
18. Научиться строить двух- и трёхмерные графики функций

Краткие теоретические сведения

Среда Maxima – это свободное программное обеспечение (СПО), предназначенное для символьных вычислений (CAS – Computer Algebra System). С её помощью можно проводить преобразования выражений, решать уравнения и системы, находить производные, интегрировать. Также имеются некоторые возможности для численных расчётов, построения графиков. Графический интерфейс пользователя вызывается через надстройку wxMaxima.

Работа с системой. В системе wxMaxima ввод каждой строки необходимо завершать нажатием Ctrl+Enter. Если необходимо обработать сразу несколько команд, то между ними можно поставить знак ; (на экран будут выведены результаты каждой команды последовательно), \$ (результат команды, находящейся перед этим знаком, выведен не будет. Для удобства строку можно разорвать в любом месте, нажав Enter. На результате такие разрывы строк не отразятся. В конце всего поля ввода знак ; можно не ставить, он будет

добавлен автоматически. Поля ввода в системе помечаются значком (%i11), где 11 – номер поля; им соответствуют поля вывода (%o11), куда выводятся результаты (по умолчанию они выводятся в форме, близкой к математической, однако при их копировании они преобразуются в форму, пригодную для ввода в систему Maxima). Если необходимо скопировать результаты (например, в отчёт), то выделяют все поля. Копирование рекомендуется осуществлять комбинацией клавиш Ctrl+Shift+C (скопируется весь текст) или выбором в меню правки Copy As Text. При необходимости скопировать как текст, так и картинку, в меню правки выбирают Copy As Image. Другие варианты следует использовать только в специальных случаях. Обычная комбинация Ctrl+C – Ctrl+V работает для копирования части выражения в пределах программы Maxima. При слишком длительном расчёте в меню Maxima можно использовать команду Прервать или Restart Maxima. В случае сомнений в использовании команды можно установить на неё курсор и вызвать справку (на английском языке) кнопкой F1.

В системе Maxima используются выражения, переменные (в т.ч. массивы), функции, команды и флаги. Функции и команды требуют один или несколько аргументов в круглых скобках; аргументы разделяют запятыми.

Выражения. Математические выражения в среде Maxima записываются в виде, близком к стандартному математическому. Следует помнить некоторые особенности: знак умножения – *, его нельзя опускать между множителями (например, запись “2a” обязательно привести к виду “2*a” (между тем, в выводе результата этот знак может оказаться опущенным). Знак возведения в степень - ^. Натуральный логарифм $\ln x$ записывается как $\log(x)$. В среде maxima все аргументы функций необходимо брать в скобки. В десятичных дробях вместо запятой целую часть от дробной отделяют точкой. Maxima умеет работать как с действительными, так и с комплексными числами (при этом i обозначается как %i). Это может слегка смутить пользователя, если ему нужны только действительные решения. Выражение, записанное в строке, после нажатия Ctrl-Enter автоматически вычисляется. Если его вычислить до конца невозможно или нецелесообразно, оно максимально упрощается.

Переменные. В состав любого выражения могут входить переменные. По умолчанию они остаются неизвестными, и в результате окажутся в неизменном виде. Переменной можно присвоить любое значение, причём как числовое, так и выражение (в т.ч. содержащее и другие переменные). В итоге, это выражение будет подставлено вместо переменной в неизменном виде. Знак присваивания – двоеточие (:). Например,
a:2.75\$
a+1;

3.75

Функции. В отличие от переменных, функции зависят от аргумента (аргументов). Например, можно определить функцию $f(x,y)$, а потом вызывать $f(2,3)$. Для определения функции служит знак :=

f(x):=x^2\$

f(2);

4

Подстановка. При наличии выражения, не заданного как функция, но содержащего неопределённые переменные, их можно определить, используя команду ev. Например

a:x^2+3*x\$

ev(a,x=2);

10

Подстановку можно использовать для результата команды solve и других, ей подобных. При желании через подстановку можно определить новую функцию.

a:x^2\$

f(x):=ev(a,x);

f(x):=ev(a,x)

f(x);

x^2

Переменные-флаги. В системе имеется несколько переменных-флагов, меняющих характер расчётов. Одним из наиболее важных для оптимизации флагов является флаг numer. По умолчанию он равен false, в результате чего Maxima будет пытаться представить результат в виде обыкновенной дроби, не вычислять значения квадратных корней и т.п. Если результаты должны быть представлены десятичными дробями, этот флаг надо установить в true так: numer:true

Массивы, системы уравнений. Массивом является некоторый набор выражений или уравнений. Выражения разделяются запятой, а весь массив заключается в квадратные скобки. Массив можно присвоить переменной; вызвать элемент можно указав после имени переменной-массива индекс в квадратных скобках.

Решение уравнений (выражение одной переменной через другие). Универсальной командой для решения уравнений является команда solve. Параметрами этой команды являются уравнение и переменная, по которой надо решить (в итоге эта переменная будет выражена). Результатом команды является массив, который можно присвоить переменной.

s:solve(x^3+3*x^2-3*x+1=0,x);

```
[x=-2^(2/3)*((sqrt(3)*%i)/2-1/2)-2^(1/3)*(-(sqrt(3)*%i)/2-1/2)-1,x=-2^(1/3)*((sqrt(3)*%i)/2-1/2)-
2^(2/3)*(-(sqrt(3)*%i)/2-1/2)-1,x=-2^(2/3)-2^(1/3)-1]
s[3];
```

```
x=-2^(2/3)-2^(1/3)-1
```

```
numer:true$
```

```
s[3];
```

```
x=-2^(2/3)-2^(1/3)-1
```

Таким же образом можно решать системы уравнений. Систему следует передавать в массиве; список переменных также передаётся в массиве. Более удобный результат может быть получен с помощью команды `algsys`.

Не все уравнения решаются аналитически, некоторые требуют численного решения.

Действительный корень одиночного уравнения (выражения) можно найти с помощью команды `find_root`. Первым её аргументом является уравнение, вторым – переменная, третий и четвёртый составляют интервал, в котором надо искать корень. Например

```
find_root(log(x)=tan(x), x, 0.1, 2);
```

```
1.570796326794897
```

Дифференцирование и интегрирование. Дифференцирование осуществляется функцией `diff`.

Первым аргументом является функция, вторым – переменная, по которой дифференцируют. При необходимости третьей переменной является порядок производной.

```
diff(sin(x),x);
```

```
cos(x)
```

Неопределённый и определённый интегралы находят командой `integrate`. Первым параметром всегда служит подынтегральное выражение, а вторым – переменная, по которой интегрируют. В случае неопределённого интеграла результатом будет одна из первообразных, нужно иметь в виду, что к ней надо прибавить постоянную интегрирования. Для определённого интеграла третьим и четвёртым параметрами задают пределы интегрирования.

```
integrate(sin(x),x);
```

```
-cos(x)
```

```
integrate(sin(x),x,0,1);
```

```
rat: replaced3 -1.0 by -1/1 = -1.0
```

```
rat: replaced -0.5403023058681 by -4779840/8846603 = -0.5403023058681
```

```
0.45969769413186
```

Построение графиков.

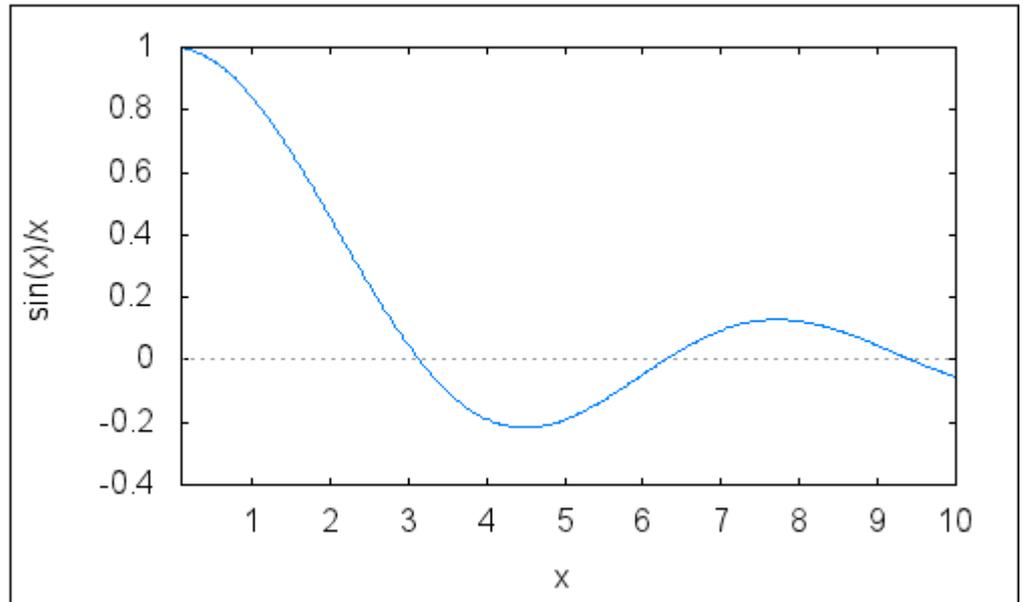
График двумерной функции можно построить с помощью команд `plot2d` или `wxplot2d`. Синтаксис команд идентичен, результат отличается только тем, что первая выдаёт график в отдельном окне, а вторая – вставляет непосредственно в окно ввода-вывода. Первым аргументом команды является функция, второй представляет собой массив из трёх элементов: переменной и диапазона построения графика.

График трёхмерной функции строят командой `plot3d` или `wxplot3d`, в неё (по сравнению с `plot2d`) вводят дополнительный параметр – массив, состоящий из второй переменной и пределов её изменения.

³ Сообщения типа `rat: replaced ...` являются внутренней информацией системы о преобразовании типов данных, в большинстве случаев на них не следует обращать внимания.

```
(%i3) wxplot2d(sin(x)/x, [x,0.1,10]);
```

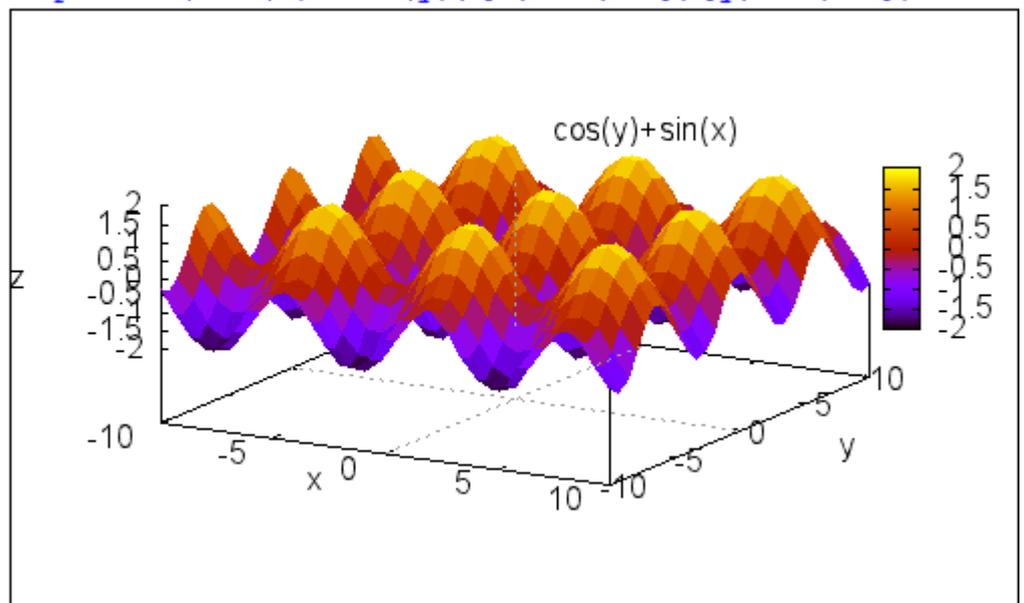
```
(%t3)
```



```
(%o3)
```

```
(%i5) wxplot3d(sin(x)+cos(y), [x,-10,10], [y,-10,10]);
```

```
(%t5)
```



```
(%o5)
```

Ход работы.

Последовательность действий для изучения.

9. Запустите программу wxMaxima и познакомьтесь с интерфейсом.
10. Прodelайте все те операции, которые указаны в теоретических сведениях. Подберите по паре своих примеров на каждую разбираемую операцию, обратите особое внимание на случаи, когда наблюдается нестандартное и/или неожиданное поведение системы.
11. Используя уравнение регрессии, полученное с прошлой работы:
 - 11.1. Постройте его трёхмерный график и предположите наличие экстремумов
 - 11.2. Найдите точку, подозрительную на экстремум.

ЧАСТЬ 2. ОПТИМИЗАЦИЯ ФУНКЦИИ ДВУХ ПЕРЕМЕННЫХ В СРЕДЕ MAXIMA

Цель работы: Изучить возможности оптимизации функции двух переменных.

Задачи:

19. Научиться определять точку, подозрительную на экстремум
20. Научиться проверять значения на границах интервала варьирования

Ход работы.

Последовательность действий:

12. Получите задание в виде функции двух переменных.
13. Запустите программу wxMaxima и определите функцию.
14. Присвойте флагу numer значение true.
15. Найдите частные производные функции, приравняйте их к нулю и решите уравнение командой solve. Поскольку необходимо искать только действительные корни, можно присвоить флагу realonly true, но уравнения решать командой algsys, а не solve. При невозможности решения командами solve и algsys воспользуйтесь командой to_poly_solve (команда работает ОЧЕНЬ медленно). Если таким способом решение получить не удаётся, то можно попробовать перед решением системы решить одно уравнение, а потом подставить его во второе.
16. Проверьте значения функции в точках, соответствующих всем действительным решениям (и x, и y не должны содержать %i). Для дальнейшего рассмотрения выберите наибольшее (наименьшее) число. Проверьте, чтобы x и y находились в границах заданного интервала.
17. Найдите и проверьте экстремумы (точки, подозрительные на экстремум) на следующих срезах, приравняв производные полученных функций к 0:

$$f(x_1, y); f(x_2, y); f(x, y_1); f(x, y_2)$$
 Проверьте, чтобы x и y находились в границах заданного интервала.
18. Определить значения функции в углах диапазона $f(x_1, y_1); f(x_2, y_2); f(x_2, y_1); f(x_1, y_2)$
19. Из найденных в пп. 4, 5, 6 точек найдите точку с наибольшим (наименьшим) значением функции и сделайте вывод. В ответ обязательно запишите значения x и y.
20. Постройте трёхмерный график функции.

Варианты заданий

1. $\sqrt{(x^2 + 2x + 3)} + \sqrt{(y^2 + 2y + 4)}, x \in [-10, 10]; y \in [-10, 10]$, найти минимум
2. $2x + 2y^2 - 3\log(2x^2 + 3y^2 + 1) - 3, x \in [-0,5; 0,5]; y \in [-0,5; 0,5]$, найти максимум
3. $\exp(0.7y^2 + 1.4y + 0.5x^2 - 1.0x + 1.2), x \in [-10, 10]; y \in [-10, 10]$, найти минимум
4. $\sqrt{(3x^2 + x + 3)} + \sqrt{(y^2 + y + 4)}, x \in [-10, 10]; y \in [-10, 10]$, найти минимум
5. $\sqrt{(3x^2 - x + 4)} + \sqrt{(2y^2 - 2y + 5)}, x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$, найти минимум
6. $\ln(2x^4 - 3x^2 + 3 + y^4 - 2y^2 - y + 5), x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$, найти минимум
7. $\sqrt{(x^4 - 3x^2 + x + 6)} + \sqrt{(y^4 - 3y^2 + 3y + 8)}, x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$, найти минимум
8. $\ln(x^4 - 3x^2 + x + 6) + \ln(y^4 - 3y^2 + 3y + 8), x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$, найти минимум
9. $\ln(x^4 - 2x^2 + x + 7) + \ln(2y^4 - 3y^2 + 3y + 10), x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$, найти минимум
10. $\sqrt{(2x^2 - 2x + 4)} + \sqrt{(3y^2 - 2y + 5)}, x \in [-5, 5]; y \in [-5, 5]$, найти минимум

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 7. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Цель работы: Изучить работу ИНС – искусственных нейронных сетей – с целью формирования интерполяционной модели.

Задачи:

1. Получить задание в виде программы, генерирующей данные (ПР 4).
2. Провести табуляцию данных по обоим факторам
3. Составить ИНС и обучить её на обучающей выборке (на табулированных данных)
4. Проверить наличие переобучения
5. Проверить эффективность интерполяционной модели на промежуточных точках и возможность экстраполяции на точках за пределами диапазона.

Краткие теоретические сведения.

Искусственные нейронные сети – это аналоги естественной нейронной сети, реализованные программно. ИНС состоят из «нейронов», связанных друг с другом синапсами, каждый из которых имеет определённый вес (он может быть как положительным, так и отрицательным).

ИНС могут быть использованы для решения задач классификации, оптимизации, распознавания. Прежде чем ИНС можно будет воспользоваться в практических целях, её необходимо **обучить**. Наиболее распространённым способом обучения ИНС является «обучение с учителем». При этом для используется обучающая выборка, содержащая как значения на входе в ИНС (входные нейроны персептрона), так и ожидаемые значения на выходе. Все значения должны находиться в пределах от 0 до 1.

Целью обучения является сведение к минимуму расхождения между заданными значениями, которые должны быть на выходах, и фактическими. Эффективность обучения определяется суммой квадратов ошибки, она должна стремиться к нулю (быть не выше заданного значения).

В процессе обучения может наблюдаться переобучение – состояние ИНС, когда она идеально приспособилась не только и не столько к закономерностям в обучающей выборке, сколько к её особенностям, включая случайную ошибку. Если переобученную сеть использовать в практических целях,

она может показать неверные результаты. Поэтому контролируют степень обучения с помощью контрольной выборки: если ошибка на последней существенно превышает ошибку на обучающей выборке, то сеть уже переобучена.

Интерполяционная модель предполагает, что значения точек заданы точно, но необходимо получить как можно более гладкую функцию, позволяющую рассчитать значения между точками.

ИНС позволяет получить «скрытую» интерполяционную модель, позволяющую генерировать промежуточные данные без математического выражения.

Ход работы.

Заданием для практической работы служит имитационная модель. Она же позволит оценить эффективность интерполяционной модели.

Сначала необходимо провести табулирование исходных данных. Для этого весь диапазон варьирования каждого фактора разбивают приблизительно равномерно на несколько частей (не менее 5 – минимальное, максимальное значение и 3 промежуточных). Если надо проверить возможность решения задачи экстраполяции, диапазон варьирования искусственно сужают с одной из сторон.

Затем перебирают все значения первого фактора последовательно, задавая второй фактор на минимальном уровне. Потом меняют значение второго фактора на следующее значение по списку, перебирая все варианты для первого фактора. Процесс повторяют. Таким образом, получится не менее 25 точек (фактически – ПФЭ 5^2), для каждой из которых с помощью программы-имитационной модели (варианта задания) рассчитывают значение функции отклика. Далее необходимо провести рандомизацию. Полученные данные масштабируют в диапазон от 0 до 1, затем их вводят в программу для ИНС. ИНС подвергают обучению (аналогично предыдущей работе), экспериментируя с числом слоёв и количеством нейронов.

Для проверки эффективности интерполяции создают дополнительную интерполяционную выборку из значений, находящихся между заданными уровнями варьирования (5-6 точек). Эту выборку также необходимо масштабировать, но не использовать для обучения или автоматического контроля ИНС, а просто рассчитать выходы для неё и сравнить с полученными в имитационной модели (задании).

Аналогично проводят оценку эффективности экстраполяции, однако точки берут за пределами выбранного диапазона (но в пределах исходного диапазона варьирования).

Далее делают вывод об эффективности и корректности интерполяции с помощью ИНС и возможностью экстраполяции.

Инструкция по использованию программы.

1. Необходимо установить требуемое число строк и столбцов таблицы (меню Таблица → Число строк/столбцов). Число столбцов желательно завысить. В любой момент можно увеличить число строк или столбцов без потери данных.
2. В таблицу нужно внести исходные данные – значения на входах и требуемые значения на выходах. На этом этапе обучающую и контрольную выборки можно не разделять.
3. Нужно создать сеть (меню Сеть → Создать сеть), указав число слоёв и число нейронов в каждом слое. При этом следует помнить, что в первом слое должно быть нейронов столько, сколько в ИНС входов, а в последнем – сколько выходов.
4. На текущем этапе желательно сохранить сессию (Файл → Сохранить сессию).
5. Следует выбрать диапазон входов и выходов для обучающей и контрольной выборок, нажимая соответствующие кнопки (или пункты меню).
6. Перед обучением необходимо проверить правильность выбора функции активации каждого нейрона, способ обучения и наличие галочки «Начинать обучение заново». Позже эту галочку необходимо снять.
7. Проводить обучение следует через пункт меню «Обработка → Обучить» или «Обработка → Обучить с проверкой».
8. Результаты обучения можно оценить командой меню «Обработка → Рассчитать выходы», предварительно выбрав пустой (или не нужный) диапазон данных. При этом в первых столбцах (не выделенных) должны находиться значения выходов. При этом выходы можно рассчитывать как для входов обучающей или контрольной выборок (выбирая диапазон правее заданных значений на выходах), так и для произвольных входов.
9. Обучение без проверки можно продолжить с того же места, где оно остановилось, если снять галочку «Начинать обучение заново» и выбрать тот же пункт меню. Обучение с проверкой можно аналогично продолжать после обучения без проверки.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА. ОПТИМИЗАЦИЯ МЕТОДОМ «КРУТОЕ ВОСХОЖДЕНИЕ»

Цель работы: Изучить оптимизацию методом «крутого восхождения».

Задачи:

1. Получить задание (см практическую работу № 6).
2. Выбрать диапазон изменения факторов, скорость движения по градиенту.
3. Провести с использованием ПФЭ движение по градиенту.

4. Провести поиск оптимума функции с помощью ЦКРП.

Краткие теоретические сведения.

Метод «крутого восхождения» или градиентного спуска основан на определении градиента функции и последующего движения по нему. В этом методе проводят планирование эксперимента в узком диапазоне варьирования факторов. В исходной точке необходимо определить градиент, для чего целесообразно использовать либо полный, либо дробный факторный эксперимент (для двух факторов использование дробного факторного эксперимента нецелесообразно). Далее проводят движение по градиенту (при поиске максимума) или против него (для минимума).

Шаг для движения либо выбирают пропорционально градиенту (но это может привести к шагу далеко за оптимум), либо задаются им изначально.

Значение градиента можно получить через уравнение регрессии. Например, если уравнение регрессии имеет вид

$$y = f(X_1; X_2) = a + b \cdot X_1 + c \cdot X_2$$

то градиент будет равен (b, c)

Движение по градиенту (поиск максимума) можно провести, определив точку

$$y_{i+1} = f(X_{1,i+1}; X_{2,i+1}) = f(X_{1,i} + b \cdot h; X_{2,i} + c \cdot h)$$

где h – шаг по градиенту. В случае, если шаг задан изначально (h^*), то $h = \frac{h^*}{\sqrt{a^2+b^2}}$

При необходимости движения против градиента (поиск минимума)

$$y_{i+1} = f(X_{1,i+1}; X_{2,i+1}) = f(X_{1,i} - b \cdot h; X_{2,i} - c \cdot h)$$

В полученной точке необходимо проверить значение параметра оптимизации y . Если он ближе к оптимальному, то движение по градиенту можно продолжить. В противном случае шаг по градиенту (против градиента) следует считать неудачным. Решить проблему можно либо путём уменьшения шага, либо использованием метода «оврагов», либо прекратив движение по градиенту, приступая к ЦКРП.

Ход работы.

Обучающиеся получают задание на расчёт (совпадает с заданием к практической работе № 6). Далее они самостоятельно выбирают исходную точку и составляют в ней ПФЭ (сама исходная точка соответствует уровням варьирования -1; -1), причём диапазон варьирования факторов должен быть небольшим (до 10 % всего интервала варьирования). Результаты, полученные с помощью ПФЭ, обрабатывают статистически, получают уравнение регрессии и градиент. Затем делают шаг по градиенту, самостоятельно задавая h или h^* . В полученной точке строят ПФЭ, рассчитывают значения для каждого опыта в ПФЭ. Шаг считается успешным, если в первой точке ПФЭ значение параметра оптимизации лучше, чем в первой точке предыдущего плана **или** в любой точке полученного ПФЭ получено наилучшее значение параметра оптимизации, **или** среднее значение параметра оптимизации по ПФЭ выше среднего значения на предыдущем шаге. Если ни одно из этих условий не выполняется, то возвращаются в исходную точку и делают более короткий (половинный) шаг.

Расчёт заканчивают, если:

- После как минимум одного успешного шага не менее чем за 3 попытки (с делением шага пополам) не удалось сделать успешный шаг.

- ПФЭ достиг границы допустимой зоны изменения факторов обоих, а градиент однозначно указывает за неё. Если за границу выходит только один фактор, его оставляют на границе.

В любом из этих случаев последнюю точку считают центром ЦКРП и проводят окончательную оптимизацию. Интервал варьирования выбирают так, чтобы ни одна из звёздных точек не вышла за допустимую зону изменения факторов. Если этого не наблюдается, то можно принять диапазон варьирования чуть больше, чем диапазон варьирования для ПФЭ.

Пример расчёта.

Вариант № 1, обезвоживание эмульсии⁴. X_1 - температура, °С от 25 до 95; X_2 - время, мин, от 0 до 60. Параметр оптимизации: Y - степень обезвоживания, % от 0 до 100. Необходимо найти максимум.

Задаёмся точкой $X_{1,1} = 30$; $X_{2,1} = 10$, строим ПФЭ и рассчитываем значения.

X_1	X_2	Y
30	10	4,722029
30	15	6,538094
32	10	3,614906
32	15	6,699179

⁴ Задание в самом варианте 1 сохранено, однако числовые значения оптимума существенно изменены относительно примера.

Обработка в среде FreeStat по уравнению регрессии $a + b \cdot X_1 + c \cdot X_2$ позволила получить коэффициенты регрессии $b = -0,20680945$; $c = 0,490818249$. Выбираем $h=5$, тогда

$$X_{1,2} = 30 + (-0,20680945) \cdot 5 = 28,96595275 \approx 29;$$

$$X_{2,2} = 10 + 0,490818249 \cdot 5 = 12,45409124 \approx 12,5.$$

Составляем ПФЭ из этой точки:

X_1	X_2	Y
29	12,5	6,595308
29	17,5	7,515984
31	12,5	6,301609
31	17,5	7,556751

Следует обратить внимание, что значения Y больше значений в предыдущем плане, поэтому шаг выполнен верно. Проводим обработку во FreeStat по тому же уравнению регрессии, получаем $b = 0,036649587$; $c = 0,218693721$. Таким образом, не изменяя шаг, получаем $X_{1,3} = 28,8$; $X_{2,3} = 13,6$. Проверяем ПФЭ

X_1	X_2	Y
28,8	13,6	6,248606
28,8	18,6	7,444726
30,8	13,6	6,451096
30,8	18,6	8,114149

Следует обратить внимание, что результаты, в основном, ухудшились, но в последней точке получен абсолютный максимум. Таким образом, можно принять и этот шаг, продолжив двигаться по градиенту. С другой стороны, можно попытаться отклонить этот шаг, чтобы найти наилучшую точку.

Далее процесс повторяют до условия окончания.

Оформление работы.

Контрольную работу оформляют на листах формата А4 (или А3). Контрольная работа должна включать:

- Титульный лист (с указанием ведомства, учебного заведения, кафедры, наименования работы и дисциплины, номера варианта, ФИО обучающегося, группы, года выполнения работы)
- Задание на работу (может быть перепечатано/скопировано из варианта заданий, выдаваемого в виде компьютерного файла)
- Цель и задачи работы (подраздел может быть опущен)
- Краткие теоретические сведения (подраздел может быть опущен)
- Ход работы. Здесь приводятся таблицы, результаты их обработки и решение о выполнении дальнейшего шага.
- Вывод (найденный оптимум).